数学１　第１講　高木寛通

1　二変数関数

$$y = f(x) \leftarrow 一変数$$

$$z = f(x, y) \leftarrow \quad 二変数$$

連続性

定義　$z = f(x, y)$ が $(x, y) = (a, b)$ で連続
$\Leftrightarrow$ (x, y) が (a, b) にどんな近づき方をしても $f(x, y)$ が $f(a, b)$ に近づく
例

$$f(x,y) = \begin{array}{rl} \dfrac{2xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{array}$$

極座標表示

$$(x, y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$$

$$(x, y) \neq (0, 0) \text{ ならば}$$

$$f(x,y) = \frac{2r\cos\theta r\sin\theta}{(r\cos\theta)^2 + (r\sin\theta^2)}$$

θ を一定として (x, y) をいろいろな方向から $(0, 0)$ に近づけてみる
すると $f(x, y) \to \sin 2\theta$

これは θ によって $f(x,y)$ の収束値が異なることから $f(x,y)$ は $(0,0)$ で連続でない

偏微分

定義 $z=f(x,y)$ が (a,b) で x について偏微分可能

$$\Leftrightarrow \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h,b)-f(a,b)}{h} - *\text{が存在}$$

$$\Leftrightarrow f(x,b)\text{ が } x=a \text{ で偏微分可能}$$

このとき＊のことを

$$\frac{\partial f}{\partial x}(a,b)\text{、}f_x(a,b)\text{ と書く}$$

(a,b) を動かすと $(a,b)\mapsto f(a,b)$ という新しい関数ができる。

$$\text{これを}\frac{\partial f}{\partial x}\text{又は } f_x\text{と書く}$$

いいかえれば $f_x(x,y)$ は y を定数だと思って x で微分したものである

例　極座標表示

$$x=r\cos\theta, y=\sin\theta$$

$$\frac{\partial x}{\partial r}=\cos\theta \quad , \quad \frac{\partial x}{\partial \theta}=-r\sin\theta$$
$$\frac{\partial y}{\partial r}=\sin\theta \quad , \quad \frac{\partial y}{\partial \theta}=r\cos\theta$$

練習問題：教科書 P115, 問６（１）〜（５）